# 实验八 微分实验

## 实验目的

1.了解求微分方程解析解的方法；

2.了解求微分方程数值解的方法；

3.学会建立一些简单的微分方程模型，并能分析解决这些问题。

## 基本概念

**1.微分方程的解析解**

微分方程有多种形式，一元函数的常微分方程，多元函数的偏微分方程；可以只有一个 方程，也可以是方程组；可以是一阶方程，也可以是高阶方程。我们在高等数学中微分方程部分学到的解法，能得到的都是解析解，带有定解条件的是特解，不带定解条件的是通解。在matlab软件中，上述各种情形下求微分方程解析解的函数是dsolve，它的基本使用格式为：

**函数：**dsolve('equation ','condition ','v ')

**功能：**求微分方程的解析解

**说明：**（1） equation 是方程式， condition 是条件，v 是自变量（缺省为 t）；

（2）不带条件的话，所得解中会有积分常数；

（3）如果没有显式解，则系统会尝试求隐式解；

（4）如果连隐式解都没有，则返回空符号。

**格式：**（1）一阶导数 y 表示为 Dy ，二阶导数 y 表示为 D2 y ，依次类推。

（2）有多个方程或多个条件的话，写多个相应的参数即可。

**2.微分方程的数值解**

微分方程形式非常复杂，在高等数学中我们只能针对几种特殊的类型求解析解，一般情 况下求解析解是很难做得到的，因此需要用数值方法来求解。

MATLAB 对一阶常微分方程的数值解法，一般是基于龙格库塔法，对应的函数为 ODE

（Ordinary Differeential Function），例如 ode45，ode23，ode23s，ode23t，ode15s 等， 分别适用于不同类型常微分方程的求解。ODE 各个函数的用法（除 ode15i 外）都是相同的，其中 ode45 是大部分场合首选的方法。下面以 ode45 为例，介绍其最常用的调用**格式：**

**函数：**[t, Y] = ode45(odefun,tspan,y0) 功能：求微分方程的数值解

**说明：**

（1）odefun 为待解一阶微分方程或方程组的句柄，对应一个M 函数文件，在函数文件中定义微分方程或方程组的结构；

（2）tspan 求解区间，y0 为初值（初始条件）；

（3）返回值t 为自变量的数据列；

（4）返回值Y 一般是矩阵，每列对应一个待解变量的数据列；

（5）对方程组，待解变量、其导数、初始值等，全部用数组表示。

## 实验内容

### 问题1

1.用dsolve函数求解下列微分方程

（1），（2）

#### 问题分析

根据微分方程的函数表达式dsolve('equation ','condition ','v ')，equation是方程式，condition是条件，v是自变量。输入问题一的两个问题的参数，用dsolve直接求解答案即可。

#### 实验程序

%问题一代码：

y = dsolve('D2y-2\*Dy+5\*y=exp(x)\*sin(2\*x)','x') %（1）问求解

y\_ = dsolve('D2y=Dy+2\*y','y(0)=1','Dy(0)=0','x') %（2）问求解

#### 实验结果

y =



y\_ =



#### 结果分析

问题一求解结果如1.3所示，对（1）来说，求出通解，其中为不定量，用于表示通解。对（2）来说，由于题目已经给了这两个条件，可以作为参数输入直接求出对应的特解。

### 问题2

2.用ode函数求解微分方程，并讨论解的变化情况。初值及求解区间如下：

（1）

（2）

#### 问题分析

定义句柄，将x y z存入m中，并将题目提供的三个一阶方程分别表示出来。调用ode45函数，代入特殊值和输出区间求解x y z

#### 实验程序

%问题二代码：

[t,m] = ode45('odefun\_',[0,30],[0.12,0.003,0.01]); %初值为x(0)=0.12, y(0)=0.003, z(0)=0.01

plot3(m(:,1),m(:,2),m(:,3),'r')

grid on

hold on

[t,m\_] = ode45('odefun\_',[0,133],[0.01,0.0001,0.001]); %初值为x(0)=0.01, y(0)=0.0001, z(0)=0.001

plot3(m\_(:,1),m\_(:,2),m\_(:,3),'b')

legend('（1）问曲线','（2）问曲线')

#### 实验结果



Figure 问题二两条曲线

#### 结果分析

将1、2问的结果都画在同一张图上（Fig-1），观察可知曲线是空间上的螺旋曲线，当改变初值（减小）曲线在初值附近变化更缓慢更收敛。

### 问题3

3.设河边点的正对岸点为：河宽，两岸为平行直线，水流速度为0.5米每分。有一只鸭子从点游向点，设鸭子在静水中的游动速度为1米每分，且鸭子游动方向始终朝着点，求鸭子游过的迹线方程。用Matlab求解，并作出轨迹图。

#### 问题分析

取为坐标原点，河岸朝顺水方向为x轴，y轴指向对岸，如Fig-2所示。设时刻t鸭子位于点P（x，y），设起点坐标（x，y）=（0，h），终点坐标（0，0），设为鸭子速度方向与x轴正向间的夹角，，。于是鸭子的游动轨迹满足：

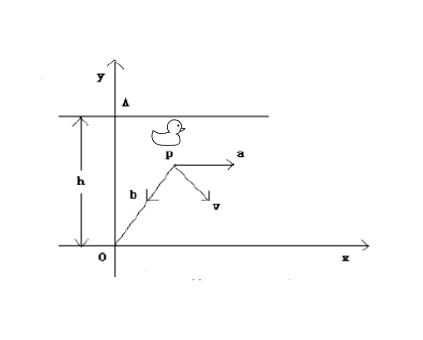


Figure 2 鸭子过河分析图

#### 实验程序

%问题三代码

ts=0:0.1:7;

[t,x]=ode45(@duhe,ts,[0,10]);%调用ode45计算

[t,x] %输出t,x(t),y(t)

plot(x(:,1),x(:,2)); %作y(t)的图形

grid;

title('鸭子过河模拟图')

% function dx=duhe(t,x) %建立名为duhe的函数M文件

% a=1;b=2;

% s=sqrt(x(1)^2+x(2)^2); %第一个方程

% dx=[a-b\*x(1)/s;-b\*x(2)/s]; %第二个方程，以向量形式表示方程组

#### 实验结果



Figure 鸭子过河模拟图

#### 结果分析

通过建立一阶方程并调用ode45函数，可以画出鸭子过河模拟图，如Fig-3所示，结果与实际情况吻合，从(0, 10)出发返回到(0, 0)。

## 实验感想

通过本次实验操作，我学会了两种求解微分方程的函数dsolve()和ode45()，一种用于求解解析解一种用于求解数值解，各有所长，可以较好地覆盖到平时的一些微分问题中，因此我认为这次实验是非常有意义有价值的。在这次实验中涉及到的疑难知识点、用到的新函数我都通过记笔记或者录屏的方式认真记了下来，丰富了我的MATLAB知识储备。在本次实验中，所有的实验均由我独立完成，相关代码和图片结果也都整理到位，代码中存在疑惑的地方以及需要注意的地方均已注释好，以备下次复习时使用。

在这次实验里，我认真完成了相关实验任务，颇有所获，相信未来几次实验会继续收获不少新知识。

6 许柏城 62号 课外实验8

2020-05-08 19:00